Brevet des Collèges
Centre étranger – juin 2014
Correction

EXERCICE 1 **6 points**

Voici une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur. Dans cet exercice, on cherche à comprendre comment cette feuille a été remplie.

	A	B	C
1	216	126	90
2	126	90	36
3	90	36	54
4	54	36	18
5	36	18	18
6	18	18	0

1. En observant les valeurs du tableau, proposer une formule à entrer dans la cellule C1, puis à recopier vers le bas.

C1 = A1 - B1

2. Dans cette question , on laissera sur la copie toutes les traces de recherche. Elles seront valorisées.

Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. À partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple MAX(23 ; 12) = 23) Quelle formule a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas ?

A2 = MAX(B1;C1)

3. Que représente le nombre figurant dans la cellule C5 , par rapport aux nombres 216 et 126 ?

Le nombre dans la cellule C5 représente le PGCD des nombres 216 et 126

4. La fraction $\frac{216}{126}$ est-elle irréductible ? Si ce n'est pas le cas, la rendre irréductible en détaillant les calculs.

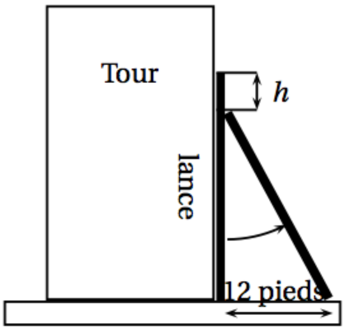
Une fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible si PGCD(a;b)=1 or ici PGCD (216;126)=18 donc $\frac{216}{126}$ n'est pas une fraction irréductible.

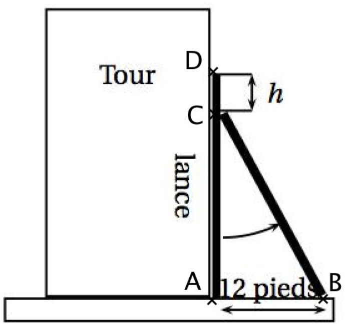
$$\frac{216}{126}=\frac{216:18}{126:18}=\frac{12}{7}$$

EXERCICE 2 **3 points**

À Pise vers 1200 après J. C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mahématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur?
** Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.*





On considère les points A, B , C et D comme sur la figure ci-contre.
On cherche la longueur CD.
Pour cela , il faut calculer la longueur CA dans le triangle BAC rectangle en A avec la propriété de Pythagore.

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

$20^2 = AC^2 + 12^2$

$400 = AC^2 + 144$

$AC^2 = 400 - 144$

$AC^2 = 256$

AC =16

Donc $CD = AD - AC = 20 - 16 = 4$ pieds.

EXERCICE 3 **6 points**

Attention les figures tracées ne respectent ni les mesures de longueur, ni les mesures d'angle

Répondre par « vrai » ou « faux » ou « on ne peut pas savoir » à chacune des affirma- tions suivantes et expliquer votre choix.

1. Tout triangle inscrit dans un cercle est rectangle.

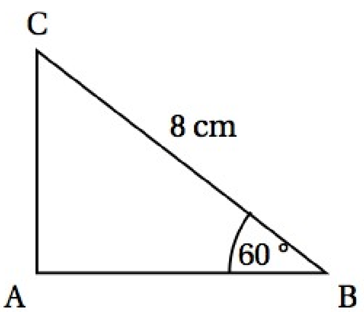
Faux car si un triangle est inscrit dans un cercle , il faut que l'un de ses côtés soit un diamètre du cercle pour qu'il soit rectangle.

2. Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors le triangle AMB est isocèle.

Vrai car si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors MA =MB

3.

Dans le triangle ABC suivant,
AB = 4 cm.

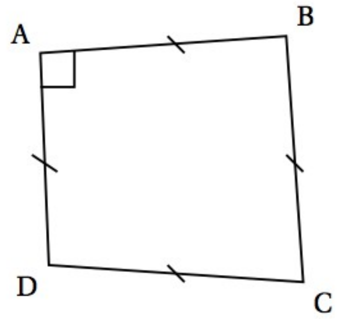


On ne sait pas que le triangle est rectangle en A, donc on e peut pas calculer la longueur AB. Par contre , si ABC est rectangle en A , on a $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$

donc $\cos(60)=\dfrac{AB}{8}$ et donc $AB=8\times\cos(60)=4$ cm.

4.

Le quadrilatère ABCD ci-contre est un carré.

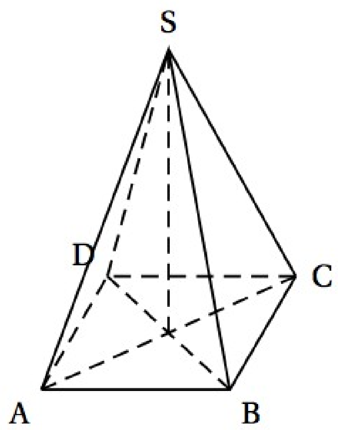


ABCD possède quatre côté de même longueur doc ABCD est un losange.
Comme les angles opposés d'un losange sont égaux alors $\widehat{DAB}=\widehat{BCD}$ = 90°
Comme les angles consécutifs d'un losange sont supplémentaires (leur somme est égale à 180°) alors $\widehat{ABC}=180-\widehat{DAB}=180-90$ =90°
donc ABCD possède trois angles droits , d'où ABCD est aussi un rectangle.
Comme ABCD est à la fois un rectangle et un losange alors ABCD est un carré.

EXERCICE 4 **5 points**

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\dfrac{1}{500}$ de la vraie pyramide.
Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm^3 d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.

Rappel : *Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur*

Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Volume de la vraie pyramide = $\dfrac{AB^2\times SO}{3}=\dfrac{35^2\times 22}{3}=\dfrac{26950}{3}$ m^3

1 m^3 = 10^6 cm^3

La lampe à huile est une réduction de la vraie pyramide et le coefficient de réduction est égale à $\dfrac{1}{500}$

donc volume de la lampe à huile = $\frac{1}{500}^{3} \times \frac{26950}{3} \times 10^{6} = \frac{215,6}{3} = \frac{21560}{3}$ cm^3 soit environ 72 cm^3.

Volume d'huile (en cm^3)	4	$\frac{21560}{3}$
Durée d'allumage (en h)	1	t

$t = \frac{21560}{3} : 4$ soit environ 18 heures.

EXERCICE 5 **3 points**

1. Développer et réduire l'expression: (2n+5)(2n−5) où n est un nombre quelconque.

$(2n+5)(2n-5)$ est une identité remarquable du type $(a+b)(a-b)$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

donc $(2n+5)(2n-5) = (2n)^2 - 5^2 = 4n^2 - 25$

2. En utilisant la question 1,calculer 205×195.

On remarque que $205 = 2 \times 100 + 5$ et que $195 = 2 \times 100 - 5$

donc $205 \times 195 = (2 \times 100 + 5)(2 \times 100 - 5)$

c'est du type $(2n+5)(2n-5)$ avec $n = 100$

donc $205 \times 195 = 4 \times 100^2 - 25 = 4 \times 10000 - 25 = 40000 - 25 = 39975$

EXERCICE 6 **6 points**

Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir le meilleur itinéraire. Voici le résultat de sa recherche :

Calculez votre itinéraire		**59 000 Lille–13000 Marseille**	
Départ		Coût estimé	Péage 73,90 €
59 000 Lille France			Carburant 89,44 €
		Temps	8 h 47 dont
			8 h 31 sur autoroute
Arrivée			
13 000 Marseille France		Distance	1004 km dont
			993 km sur autoroute

1. Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur autoroute ?

Julien va parcourir 993 km en 8 h 31 min.

Distance (en km)	993	v
Durée (en min)	$8 \times 60 + 31 = 511$	60

D'où $v = \frac{60 \times 993}{511}$ soit environ 117 km/h .

2. Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 minutes toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage ?
Pour la durée minimale , il faut que les pauses durent 10 min.
il faut faire une pause toutes les deux heures. Comme la durée totale du trajet sans pause est estimée à 8h47 , il devra faire quatre pauses ($4\times2=8$) : il devra donc s'arrêter $4\times10=40$ min.
La durée minimale à prévoir sera donc de 8 h 47 min + 40 min soit 9 h 27 min.

3. Pour cette question , faire apparaître sur la copie la démarche utilisée . Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.
Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L et qu'un litre d'essence coûte 1,42 € , peut-il faire le trajet avec un seul plein d'essence en se fiant aux données du site internet ?

Le site prévoit du carburant pour un montant de 89,44 €.

Comme 1 L d'essence coûte 1,42 € , le site prévoit une consommation de $\frac{89{,}44}{1{,}42}$ soit environ 63 Litres (au litre près)
Comme son réservoir ne peut contenir que 60 L , il ne pourra pas réaliser le trajet avec un seul plein .

EXERCICE 7 **7 points**
Il existe différentes unités de mesure de la température : en France on utilise le degré Celsius (°C), aux Etats-Unis on utilise le degré Fahrenheit (° F).
Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1, 8 et on ajoute 32 au résultat.
1. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Fahrenheit si on le plonge dans une casserole d'eau qui gèle ? On rappelle que l'eau gèle à 0 °C.

$1{,}8\times0+32=32$ °F

2. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Celsius si on le plonge dans une casserole d'eau portée à 212 °F ? Que se passe t-il ?

Soit x la valeur en °Celsius de la température de l'eau dans la casserole.

On doit avoir $1{,}8x+32=212$
donc
$1{,}8x+32-32=212-32$
$1{,}8x=180$
$x=\frac{180}{1{,}8}$
$x=100$
L'eau dans la casserole à une température de 100°C.
A 100°C , l'eau est en train de bouillir.

3. a.Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x.
$f(x)=1{,}8x+32$
b. Comment nomme-t-on ce type de fonction?
$f(x)=1{,}8x+32$ est une fonction du type $f(x)=ax+b$, c'est donc une fonction affine.

c. Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?

$f(5)=1{,}8\times5+32=9+32=41$

d. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?

$f(x)=5$ signifie que $1{,}8x+32=5$

$1{,}8x+32-32=5-32$

$1{,}8x=-27$

$x=\dfrac{-27}{1{,}8}$

$x=-15$

e. Traduire en terme de conversion de température la relation $f(10)=50$.

Une température égale à 10°C correspond à une température de 50°F.